基礎微積分 I ・微積分 I　　小テスト　No. 2

2018.04.20

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　/10

1. $\tan\theta = 2$ とするとき $\dfrac{\sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta + \cos\theta}$ の値を求めよ．

(解) 分母・分子を $\cos\theta$ で割ると，

$$\frac{\sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta + \cos\theta} = \frac{\tan\theta - 1}{\tan\theta + 1} = \frac{1}{3}$$

となる．■

2. $\cos\dfrac{5\pi}{12}$ の値を求めよ．

(解) $5\pi/12 = \pi/4 + \pi/6$ と加法定理より

$$\begin{aligned}\cos\frac{5\pi}{12} &= \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)\\ &= \cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}\\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

となる．■

3. $0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，不等式 $\sin 2\theta \geqq -\dfrac{1}{2}$ を解け．

(解) $0 \leqq 2\theta \leqq 2\pi$ より

$$0 \leqq 2\theta \leqq \frac{7\pi}{6} \quad \text{または} \quad \frac{11\pi}{6} \leqq 2\theta \leqq 2\pi$$

であるから，

$$0 \leqq \theta \leqq \frac{7\pi}{12} \quad \text{または} \quad \frac{11\pi}{12} \leqq \theta \leqq \pi$$

となる．■

4. 次を簡単にせよ．

$$\sin^2\theta + \sin^2\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\theta\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

(解) 加法定理より

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta}{2}$$

であるから，

$$\begin{aligned}&\sin^2\theta + \sin^2\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\theta\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)\\ &= \sin^2\theta + \frac{\sin^2\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 3\cos^2\theta}{4}\\ &\qquad - \frac{\sin^2\theta + \sqrt{3}\sin\theta\cos\theta}{2} = \frac{3}{4}\end{aligned}$$

となる．■