基礎微積分 I ・微積分 I　　課題　No. 11

2018.06.22

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　/10

1. 不定積分 $\displaystyle\int \frac{e^x-1}{e^x+1}\,dx$ を求めよ．

(解) $e^x = [e^x+1]'$ より

$$\int \frac{e^x-1}{e^x+1}\,dx = \int \left(2\cdot\frac{[e^x+1]'}{e^x+1} - 1\right)dx$$
$$= 2\log(e^x+1) - x + C$$

となる．ここで，C は積分定数である．■

2. 不定積分 $\displaystyle\int x^2\log x\,dx$ を求めよ．

(解) 部分積分法により

$$\int x^2\log x\,dx = \int \left[\frac{x^3}{3}\right]'\cdot\log x\,dx$$
$$= \frac{x^3}{3}\cdot\log x - \int \frac{x^3}{3}\cdot\frac{1}{x}\,dx$$
$$= \frac{x^3(3\log x-1)}{9} + C$$

が得られる．ここで，C は積分定数である．■

3. 不定積分 $\displaystyle\int \tan^3 x\,dx$ を求めよ．

(解) 変数変換 $t=\cos x$ を用いると，

$$\int \tan^3 x\,dx = \int \frac{\cos^2 x - 1}{\cos^3 x}\cdot(-\sin x)\,dx$$
$$= \int \frac{t^2-1}{t^3}\,dt = \log|\,t\,| + \frac{1}{2t^2} + C$$
$$= \log|\cos x| + \frac{1}{2\cos^2 x} + C$$

となる．ここで，C は積分定数である．■

4. 不定積分 $\displaystyle\int \tan^{-1} x\,dx$ を求めよ．

(解) 部分積分法により

$$\int \tan^{-1} x\,dx = \int [x]'\cdot\tan^{-1} x\,dx$$
$$= x\cdot\tan^{-1} x - \int x\cdot\frac{1}{x^2+1}\,dx$$
$$= x\cdot\tan^{-1} x - \frac{\log(x^2+1)}{2} + C$$

となる．ここで，C は積分定数である．■

5. 不定積分 $\displaystyle\int e^{2x}\cos 3x\,dx$ を求めよ．

(解) 積の微分公式により

$$\begin{aligned}\left[e^{2x}\cos 3x\right]' &= 2e^{2x}\cos 3x - 3e^{2x}\sin 3x,\\ \left[e^{2x}\sin 3x\right]' &= 2e^{2x}\sin 3x + 3e^{2x}\cos 3x\end{aligned}$$

となるので，

$$e^{2x}\cos 3x = \left[\frac{e^{2x}(2\cos 3x + 3\sin 3x)}{13}\right]'$$

が得られる．したがって，

$$\int e^{2x}\cos 3x\,dx = \frac{e^{2x}(2\cos 3x + 3\sin 3x)}{13} + C$$

となる．ここで，C は積分定数である． ■