

学生番号 : \_\_\_\_\_ 氏名 : \_\_\_\_\_

/10

1. 不定積分  $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$  を求めよ.

(解)  $[\tan^{-1} x]' = 1/(x^2+1)$  より

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2}{x^2+1} dx &= \int \left(1 - \frac{1}{x^2+1}\right) dx \\ &= x - \tan^{-1} x + C \end{aligned}$$

である. ここで,  $C$  は積分定数である. ■

2. 不定積分  $\int \frac{x^2}{(x+1)^2} dx$  を求めよ.

(解)  $x^2 = (x+1)^2 - 2(x+1) + 1$  より

$$\frac{x^2}{(x+1)^2} = 1 - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$$

と部分分数分解でき,

$$\int \frac{x^2}{(x+1)^2} dx = x - 2 \log |x+1| - \frac{1}{x+1} + C$$

となる. ここで,  $C$  は積分定数である. ■

3. 不定積分  $\int \frac{6}{x(x^3+2)} dx$  を求めよ.

(解)  $6 = 3(x^3+2) - 3x^3$  より

$$\begin{aligned} &\int \frac{6}{x(x^3+2)} dx \\ &= \int \frac{3(x^3+2) - 3x^3}{x(x^3+2)} dx = \int \left(\frac{3}{x} - \frac{3x^2}{x^3+2}\right) dx \\ &= 3 \log |x| - \log |x^3+2| + C = \log \left| \frac{x^3}{x^3+2} \right| + C \end{aligned}$$

となる. ここで,  $C$  は積分定数である. ■

4. 不定積分  $\int \frac{x^4+1}{x^2(x^2+1)} dx$  を求めよ.

(解) 関係式  $x^4+1 = x^2(x^2+1) + (x^2+1) - 2x^2$  より

$$\begin{aligned} \int \frac{x^4+1}{x^2(x^2+1)} dx &= \int \left(1 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^2+1}\right) dx \\ &= x - \frac{1}{x} - 2 \tan^{-1} x + C \end{aligned}$$

となる. ここで,  $C$  は積分定数である. ■

5. 不定積分  $\int \frac{4}{(x-1)^2(x+1)} dx$  を求めよ.

(解) 関係式  $2 = (x+1) - (x-1)$  より

$$\begin{aligned} 4 &= 2(x+1) - 2(x-1) \\ &= 2(x+1) - \{(x+1) - (x-1)\}(x-1) \\ &= 2(x+1) - (x+1)(x-1) + (x-1)^2 \end{aligned}$$

であるから,

$$\frac{4}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{2}{(x-1)^2} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

と部分分数分解でき,

$$\begin{aligned} &\int \frac{4}{(x-1)^2(x+1)} dx \\ &= -\frac{2}{x-1} - \log|x-1| + \log|x+1| + C \end{aligned}$$

となる. ここで,  $C$  は積分定数である. ■