

学生番号 : _____ 氏名 : _____

/10

1. 不定積分 $\int \frac{(x+1)^2}{x^2} dx$ を求めよ.

(解) 展開をすると

$$\begin{aligned} \int \frac{(x+1)^2}{x^2} dx &= \int \left(1 + 2 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx \\ &= x + 2 \log |x| - \frac{1}{x} + C \end{aligned}$$

となる. ここで, C は積分定数である. ■2. 不定積分 $\int \frac{2 - \tan x}{1 + 2 \tan x} dx$ を求めよ.(解) $\tan x = \sin x / \cos x$ より

$$\begin{aligned} \frac{2 - \tan x}{1 + 2 \tan x} &= \frac{2 \cos x - \sin x}{\cos x + 2 \sin x} \\ &= \frac{[\cos x + 2 \sin x]'}{\cos x + 2 \sin x} = [\log |\cos x + 2 \sin x|]' \end{aligned}$$

が得られるので,

$$\int \frac{2 - \tan x}{1 + 2 \tan x} dx = \log |\cos x + 2 \sin x| + C$$

となる. ここで, C は積分定数である. ■3. 不定積分 $\int \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} dx$ を求めよ.(解) 分母・分子に $\sqrt{x+2} - \sqrt{x}$ を掛けると

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} dx &= \int \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}{2} dx \\ &= \frac{1}{3} \{ (x+2)\sqrt{x+2} - x\sqrt{x} \} + C \end{aligned}$$

となる. ここで, C は積分定数である. ■4. 不定積分 $\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$ を求めよ.

(解) 合成関数の微分公式より

$$\frac{(\log x)^2}{x} = (\log x)^2 [\log x]' = \left[\frac{(\log x)^3}{3} \right]'$$

であるから,

$$\int \frac{(\log x)^2}{x} dx = \frac{(\log x)^3}{3} + C$$

となる. ここで, C は積分定数である. ■

5. 不定積分 $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$ を求めよ.

(解) 三角関数の微分公式より

$$\frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \sin x = \left[\frac{1}{\cos x} + \cos x \right]'$$

であるから,

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx = \frac{1}{\cos x} + \cos x + C$$

となる. ここで, C は積分定数である. ■