

微積分 I (20591) 課題

2015.12.02

1* 実数 a に対して, 点 $(a, 0)$ を通り, 曲線 $y = f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ に接する直線の数調べよ.

2* すべての $x \in \mathbb{R}$ に対して, 不等式

$$1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x \leq 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

が成り立つことを示せ.

3* 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ の増減を調べ, 3^π と π^3 の大小を比較せよ.

4 関数 $f(x) = \frac{a - \sin x + \sqrt{3} \cos x}{x}$ が $0 < x \leq \pi$ の範囲で単調増加となるような定数 a の範囲を求めよ.

5 関数 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ の第 n ($n \in \mathbb{N}$) 次導関数 $f^{(n)}(x)$ が

$$f^{(n)}(x) = n! (1+x^2)^{-\frac{n+1}{2}} \sin \left\{ (n+1) \left(\tan^{-1} x + \frac{\pi}{2} \right) \right\}$$

と表せることを示せ.