# 微積分 I (20591)　課題

2015.10.28

$\boxed{1}$* 　ネイピアの数の定義 $e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ を用いて，$\lim_{x\to+0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ が成り立つことを示せ．

$\boxed{2}$* 　次の極限を調べよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x\,\sin x}{\cos 3\,x - \cos x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to+0}\frac{e^{\sin 3\,x}-1}{\log(1+x)}$

$\boxed{3}$* 　次の極限を調べよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2+1}\right)$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2+1}\right)$

$\boxed{4}$ 　実数 $\alpha$ は $0<\alpha<\pi$ をみたすものとするとき，和 $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n}\sin\frac{\alpha\,k}{n}$ を求め，極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n}$ を調べよ．

$\boxed{5}$ 　無限級数 $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty}\log\left(1+\frac{1}{k-1}\right)$ は発散することを示せ．また，無限級数 $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty}\log\left(1+\frac{1}{k^2-1}\right)$ は収束することを示し，その和を求めよ．