

## 微積分 I (20591) 課題

2015.10.21

1\* 次の極限を調べよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ n \left( \sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^2 - 3} \right) \right\} \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$$

2\* 極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1+i}{2} \right)^{k-1}$$

を調べよ.

3\* 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = \frac{5a_n}{4a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定義するとき, 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を調べよ.

4 すべての自然数  $n$  に対して, 不等式  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3} < \frac{5}{4}$  が成り立つことを示せ.

5 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad a_{n+1} = 2a_n(1 - a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定義するとき,  $\{a_n\}$  は上に有界な単調増加数列であることを示せ.