

微積分 I (20591) 課題

2015.01.28

1* 関数 $f(x)$ がすべての x に対して $f(x) = f(-x)$ をみたす連続関数であるとき,

$$\int_0^{\pi} x f(\cos x) \sin x dx = \pi \int_0^1 f(x) dx$$

が成り立つことを示せ.

2* すべての自然数 n に対して, 等式

$$\sum_{k=0}^n \frac{{}_n C_k}{k+1} = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$$

が成り立つことを示せ.

3* $n \geq 2$ をみたすすべての自然数 n に対して, 不等式

$$\log(1 + \sqrt{2}) \leq \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^n}} dx \leq 1$$

が成り立つことを示せ.

4 すべての x に対して

$$f(x) = e^x + \int_0^1 (x-t) e^{x-t} f(t) dt$$

をみたす関数 $f(x)$ を求めよ.

5 曲線 $y = \sin 2x$ ($0 \leq x \leq \pi/2$) と x 軸で囲まれた部分の面積が, 曲線 $y = k \cos x$ で 2 等分される
とき, k の値を求めよ.