

微積分 I (20591) 課題

2014.11.12

1* 次の極限を調べよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

2* 次の極限を調べよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\cos 5x)}{\cos x}$$

3* 平均値の定理を用いて, $x > 0$ のとき $\log(x+1) > \frac{x}{x+1}$ が成り立つことを示せ.

4 平均値の定理を用いて, $0 < y < x$, $0 < t < 1$ をみたす任意の x, y, t に対して

$$e^{tx+(1-t)y} < te^x + (1-t)e^y$$

が成り立つことを示せ.

5 関数 $f(x)$ は 2 階までの導関数が存在し, それらすべてが連続であるとする. $f(x)$ に平均値の定理を適用すると,

$$f(a+h) - f(a) = hf'(a + \theta(h)h), \quad 0 < \theta(h) < 1$$

をみたす $\theta(h)$ が取れる. $f''(a) \neq 0$ のとき, 極限 $\lim_{h \rightarrow 0} \theta(h)$ を求めよ.