

微積分 I (20591) 課題

2014.10.29

1* 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^3}{(1+x^2)^2} + \cdots + \frac{x^n}{(1+x^2)^{n-1}} + \cdots$$

により定義するとき, $f(x)$ の連続性を調べよ.

2* 任意の実数 $a > 0$ に対して, 方程式 $x^4 + x^3 - (6+a)x^2 + a = 0$ は 4 つの実数解をもつことを示せ.

3* $a \neq 0, b > 0$ とする. 3 次の整式 $f(x)$ が条件

$$\lim_{x \rightarrow -a} \frac{f(x)}{x+a} = b, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x-a} = b$$

をみたすとき, 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ を調べよ.

4 ネイピア数 $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ を用いて極限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ を調べよ.

5 すべての $x \geq 0$ に対して $e^x \geq 1 + x$ であることを用いて, $a > 0$ に対して極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^a}{e^x}$ を調べよ.