

微積分 I (20591) 課題

2013.12.04

1* 平均値の定理を用いて, 極限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left\{ x^3 \left(\tan^{-1} \sqrt{x^2 + 1} - \tan^{-1} x \right) \right\}$ を求めよ.

2* $a > 0$ とする. 方程式 $x e^{-x} = a$ が異なる 2 つの実数解をもつような a の値の範囲を求めよ.

3* 2次元平面上の点 $(a, 0)$ から曲線 $y = e^{-x^2}$ に接線を引く. 異なる 2 本の接線が引けるような a の値の範囲を求めよ.

4 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{2x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$$

により定めるとき, $f(x)$ はすべての x に対して連続で $f(x) \geq 1$ をみたすことを示せ.

5 p, q は 1 より大きい実数で $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ をみたすとき, すべての $x > 0, y > 0$ に対して

$$\frac{\log x}{p} + \frac{\log y}{q} \leq \log \left(\frac{x}{p} + \frac{y}{q} \right)$$

が成り立つことを示せ.