

微積分 I (20591) 課題

2013.11.27

1* 次の極限値を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{x^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\log(1 - \cos x)}{\log x}$$

2* 次の極限値を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (\sin x)^{\tan^2 x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left\{ x - x^2 \log \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right\}$$

3* 関数 $f(x) = \log x$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ は $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^n}$ と表せることを示せ.

4 $b < a$ をみたすすべての a, b に対して

$$|e^a \sin a - e^b \sin b| \leq \sqrt{2} e^a (a - b)$$

が成り立つことを示せ.

5 任意の自然数 n に対して, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$ であることを示せ.