

微積分 I (20891) 課題

2013.01.23

1\* 等式

$$f(x) = (x-2) \left( x - \int_0^2 |f(t)| dx \right)$$

をみたす関数  $f(x)$  を求めよ.

2\* 次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n+k}{n^2+k^2} \qquad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n (\sqrt{k} + \sqrt{n})^2 \right\}$$

3 定数  $a$  が  $0 < a < 1$  をみたすとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-a}^a \frac{|x|^n}{1-x^2} dx = 0$  が成り立つことを示せ.

4\* 広義積分  $\int_0^{+\infty} e^{-x} |\sin x| dx$  を求めよ.

5 区間  $(a, b]$  上で定義された単調減少で非負の値をとる連続関数  $f(x)$  において, 広義積分  $\int_a^b f(x) dx$  が存在するとき,

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f \left( a + \frac{k(b-a)}{n} \right) \right\}$$

が成り立つことを示せ.