微積分 I (20891)　課題

2012.11.21

$\boxed{1}$* 平均値の定理を用いて，すべての x，y （$x < y$）に対して

$$|\, e^y \sin y - e^x \sin x \,| \leq \sqrt{2}\, e^y\, (y - x)$$

が成り立つことを示せ.

$\boxed{2}$* すべての $x > 0$ に対して不等式 $\sqrt{x} > a \log x$ が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ.

$\boxed{3}$* $x > 0$ の範囲で関数 $f(x) = (1+x)^{\frac{1}{x}}$ の増減を調べよ.

$\boxed{4}$ $f(x)$ は 2 階連続的微分可能な関数であり，$f''(a) \neq 0$ をみたすとする．このとき，関係式

$$f(a+h) = f(a) + f'(a + \theta(h)\, h)\, h, \qquad 0 < \theta(h) < 1$$

をみたす $\theta(h)$ の極限 $\lim_{h \to 0} \theta(h)$ を調べよ.

$\boxed{5}$ $0 < y < x$，$0 < t < 1$ をみたす任意の x，y，t に対して

$$t \log x + (1-t) \log y < \log \{t\, x + (1-t)\, y\}$$

が成り立つことを示せ.