

## 微積分 I (20849) 課題

2012.01.25

1\* すべての  $\alpha > 2$  に対して, 不等式

$$1 < \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^\alpha}} < \frac{\pi}{2}$$

が成り立つことを示せ.

2\* 次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2k}{n^2 + k^2}$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{k^2 + 3nk + 2n^2}$$

3\* 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \int_x^{x+2} e^{1-t^2} dt$$

で定め,  $f(x)$  を最大にする  $x$  の値を  $a$  とするとき,  $2 < f(a) < 2e$  が成り立つことを示せ.

4 2 以上の自然数  $n$  に対して, 不等式

$$\log(n+1) < \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} < 1 + \log n$$

が成り立つことを示せ.

5 定積分  $\int_0^\pi \left( \sum_{k=1}^n \sin kx \right)^2 dx$  を求めよ.