

## 微積分 I (20849) 課題

2011.11.30

1\* 関数  $f(x) = x - \sqrt{1-x^2}$  の最小値と最大値を求めよ.

2\*  $a > 0$  とする. 方程式  $ae^{2x} = x$  の異なる正の実数解の個数を調べよ.

3\*  $0 < x < \frac{1}{2}$  をみたすすべての実数  $x$  に対して, 不等式

$$\log \frac{1+x}{1-x} < 2x + \frac{2}{3}x^3 + \frac{8}{15}x^5$$

が成り立つことを示せ.

4  $x > 0$  の範囲で関数  $f(x)$  を  $f(x) = (1+x)^{\frac{1}{x}}$  で定義するとき,  $f(x)$  は  $x > 0$  の範囲で単調減少であることを示せ.

5  $p, q$  は 1 より大きい実数で  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$  をみたすとする. このとき, すべての  $x > 0, y > 0$  に対して, 不等式

$$xy \leq \frac{x^p}{p} + \frac{y^q}{q}$$

が成り立つことを示せ.