

微積分 I (20849) 課題

2011.11.16

1* 次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{2x^3}}{x - x^3}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos x^3}{x - x^3}$$

2* 次の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \log(1+x)^{\frac{1}{x}}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\cos 3x)}{\cos x}$$

3* すべての実数 x, y に対して, 不等式 $|\sin x - \sin y| \leq |x - y|$ が成り立つことを示せ.

4 すべての自然数 n に対して, 関数 $f(x) = e^x \sin x$ の第 n 次導関数は

$$f^{(n)}(x) = 2^{\frac{n}{2}} e^x \sin\left(x + \frac{\pi n}{4}\right)$$

と表せることを示せ.

5 $e^{-2} \leq x < y \leq 1$ をみたすすべての x, y に対して, 不等式

$$x - y \leq y \log y - x \log x \leq y - x$$

が成り立つことを示せ.