

微積分 I (20852) 課題

2011 年 1 月 26 日

1* 次の異常積分が存在すれば、これを求めよ.

$$(1) \int_0^1 \frac{\log x}{x} dx$$

$$(2) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$$

2* 次の無限積分が存在すれば、これを求めよ.

$$(1) \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2(x^2+1)} dx$$

$$(2) \int_1^{+\infty} \frac{2x}{x^2+1} dx$$

3* 無限積分 $\int_1^{+\infty} x^p dx$ は, $p < -1$ ならば $-\frac{1}{p+1}$ であり, $p \geq -1$ ならば存在しないことを示せ.

4 次の広義積分を求めよ.

$$(1) \int_0^e \log x dx$$

$$(2) \int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$$

5 AB を直径とする半径 1 の半円の弧を n 等分した分点を $A, P_1, \dots, P_n = B$ とし, 弦 AP_k と弧 AP_k が囲む部分の面積を S_k とする. このとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k$ を求めよ.