

## 微積分 I (20852) 課題

2010 年 12 月 1 日

1\* すべての実数  $x$  に対して不等式  $|\sin x| \leq |x|$  が成り立つことを示せ.

2\* 関数  $f(x) = 2 \sin x - \sin 2x$  の最大値と最小値を求めよ.

3\*  $a > 0$  とし,  $f(x)$  は導関数が存在し連続であるとする.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = b$  のとき,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x+a) - f(x)) = ab$$

が成り立つことを示せ.

4 点 P から曲線  $y = \sin^2 x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) に引いた 2 本の接線が直交するように点 P の座標を求めよ.

5  $a > 0$  とする. すべての実数  $x$  に対して, 不等式

$$p \leq \sqrt{x^4 + ax^2 + 1} - x^2 + 1 \leq q$$

が成り立つような  $p, q$  のうちで, 最も大きい  $p$  の値と, 最も小さい  $q$  の値を求めよ.