

微積分 I (20852) 課題

2010 年 11 月 24 日

1* 次の極限值を求めよ .

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 3x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\log(\sin 2x)}{\log x}$$

2* 次の極限值を求めよ .

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\log x)^2}{1 + e^{2x}}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$$

3* 関数 $f(x) = \log x$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ は $f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} (n-1)! x^{-n}$ と表せることを示せ .

4 ℓ を自然数とする . 関数 $f(x) = x^{\ell-1} \log x$ の ℓ 次導関数を求めよ .

5 関数 $f(x)$ は 2 次導関数が存在し連続であるとする . 平均値の定理を $f(x)$ に適用すると ,

$$f(a+h) - f(a) = h f'(a + \theta(h)h), \quad 0 < \theta(h) < 1$$

となる $\theta(h)$ がとれる . $f(x)$ が $f''(a) \neq 0$ をみたすとき , 極限 $\lim_{h \rightarrow 0} \theta(h)$ を求めよ .