

微積分 I (20852) 課題

2010 年 11 月 10 日

1* 関数

$$f(x) = \begin{cases} x - 2a + 9 & (x > a) \\ 2x^2 - ax + 3 & (x \leq a) \end{cases}$$

が実数の集合 \mathbb{R} で連続になるように a を定めよ.

2* 任意の実数 a に対して, 方程式 $x^3 - 2x - a(x^2 - 1) = 0$ は 3 つの実数解をもつことを示せ.

3* $a \neq 0$ とする. 3 次の整式 $f(x)$ が条件

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 2a} \frac{f(x)}{x - 2a} = 1$$

をみたすとき, 極限 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x - a}$ を求めよ.

4 2 つの円 $x^2 + y^2 = 1$, $(x - a)^2 + (y - a)^2 = 1$ の交点は, $a \rightarrow 0$ のとき, どのような点に近づくか.

5 次の条件をみたす次数最小の整式 $f(x)$ を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x + 1} = 6, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = -6, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = 3$$