

微積分 I (10801)

課題

2009 年 5 月 20 日

1* 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定めるとき, すべての自然数 n に対して $a_n > 2$ が成り立つことを示せ.

2* 数学的帰納法を用いて, すべての自然数 n に対して, 次の等式が成り立つことを示せ.

$$(5.1) \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3 + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

3* 次の漸化式で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ.

$$a_1 = 0, \quad 3a_{n+1} = a_n + 2 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

4 2 以上のすべての自然数 n に対して, $p_n(x) = x^n - nx + (n-1)$ は $(x-1)^2$ で割り切れることを示せ.

5 次の漸化式で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ.

$$a_1 = 0, \quad 3a_{n+1} = a_n + 2^n \quad (n = 1, 2, \dots)$$