微積分 I (10801)　　課題

2009 年 4 月 30 日

$\boxed{1}$* 整式 $(a+2\,b+3)^6$ を展開したときに現れる項 $a\,b^2$ の係数を求めよ.

$\boxed{2}$* a を整数とする．$x_n = n^4 - a\,n^3$ $(n = 1,\, 2,\, \cdots)$ で定められる数列 $\{x_n\}$ が

$$x_1 > x_2 > \cdots > x_{14} > x_{15}, \qquad x_{15} < x_{16} < x_{17} < \cdots$$

をみたすとき，a の値を求めよ.

$\boxed{3}$* すべての自然数 n に対して

$$4^n \leq 12\,n! \tag{2.1}$$

が成り立つことを示せ.

$\boxed{4}$ 数列 $\{x_n\}$，$\{y_n\}$ を

$$x_n = \frac{1}{n+1}, \qquad y_n = \sum_{k=1}^{n} 2^{k-1}$$

で定義するとき，数学的帰納法を用いて，すべての自然数 n に対して

$$\sum_{k=1}^{y_n} x_k \geq \frac{n}{2} \tag{2.2}$$

が成り立つことを示せ.

$\boxed{5}$ 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = \frac{3}{2}, \qquad a_{n+1} = \frac{n\,a_n + 1}{2\,(n+1)} \quad (n = 1, 2, \cdots) \tag{2.3}$$

で定義されるとき，一般項 a_n を求めよ.